

Centre National des Techniques Spatiales  
Laboratoire de Géodésie




## Méthodologie de contrôle et d'amélioration des réseaux géodésiques 2-D

MM. **Bachir Gourine**, Boualem Ghezali, Habib Taibi, Algérie.  
*CNTS, E-mail: gourineb@cnts.dz*

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT  
Urban-Rural Interrelationship for Sustainable Environment  
Marrakech, Morocco, 2-5 December 2003






## Plan de l'exposé:




- ❶ Problématique
- ❷ Méthodologie adoptée
- ❸ Tests effectués
- ❹ Conclusion

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT






## I. PROBLEMATIQUE




- La géodésie représente un outil indispensable à la mise en place de l'infrastructure économique par l'intermédiaire de documents cartographiques de plus en plus précis et détaillés;
- Réalisation des réseaux géodésiques nationaux (anciens): utilisation des mesures terrestres et astronomiques (angles, distances et azimuts) ;
- Ces réseaux présentant certaines **déformations** ou **distorsions** en orientation et en échelle;
- Réaliser un réseau géodésique **homogène** et **précis** qui servira de base pour différentes études à caractère utilitaire et scientifique; et soit compatible avec l'intégration des techniques spatiales (GPS,..);

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT






## I. PROBLEMATIQUE




- L'aboutissement à la connaissance précise de la valeur du réseau planimétrique national basé sur des mesures terrestres et à l'amélioration de sa qualité nécessite :
  - *Un outil de détection de fautes (fiabilité des obs.);*
  - *Un modèle d'ajustement pour établir un réseau géodésique homogène et précis;*
  - *Des outils d'analyse du réseau estimé : tests statistiques, fiabilité, robustesse et amélioration de la qualité du réseau.*

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



## II. METHODOLOGIE ADOPTEE




```

    graph TD
      A[Détection des fautes] --> B[Ajustement du réseau géodésique]
      B --> C[Analyse stochastique]
      C --> D[Fiabilité du réseau]
      D --> E[Robustesse du réseau]
      E --> F[Amélioration de la qualité du réseau]
  
```

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



### (1) Détection des fautes



- La présence de fautes est difficile à localiser par le biais de l'ajustement en **norme L2**, puisque l'estimateur des moindres carrés est extrêmement sensible aux fautes de mesures;  
**Critère de la norme L2:**  $\Sigma (A.X - L)^2 = \min$
- Par contre, le critère d'optimisation en **norme L1** est réputé plus **robuste** c'est à dire moins sensible aux fautes de mesure;  
**Critère de la norme L1:**  $\Sigma |A.X - L| = \min$
- C'est pourquoi, on filtre l'ensemble des observations par la norme L1 (**méthode du simplexe modifié**) pour obtenir un jeu d'observations nettoyé et homogène, puis on utilise la norme L2 pour l'estimation finale de la solution.

**RETOUR**

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

## (2) Ajustement de réseau géodésique

Relations d'observations :  $A_{(m,p)} X_{(p)} - L_{(m)} = V_{(m)}$   
 Équations de condition :  $C_{(q,p)} X_{(p)} + D_{(q)} = 0$

$$A_{1(m,p-q)} X_{1(p-q)} + A_{2(m,q)} X_{2(q)} - L_{(m)} = V_{(m)}$$

$$C_{1(q,p-q)} X_{1(p-q)} + C_{0(q,q)} X_{2(q)} + D_{(q)} = 0$$

A: matrice de configuration - C: matrice de condition - L: vecteur des obs.  
 D: vecteur des mesures des conditions.  
 m: nombre d'observations - p: nombre de paramètres - q: nombre de condition.



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



## (2) Ajustement de réseau géodésique

La solution comporte deux étapes:

(a) Calcul du vecteur inconnu  $X_1$  par la MCP:

$$X_1 = (A P A)^{-1} \cdot L \cdot P$$

où,  $\bar{A} = A_1 - A_2 C_1$  et  $\bar{L} = A_2 D + L$ .

(b) Calcul du vecteur inconnu  $X_2$  par substitution:

$$X_2 = -C_0^{-1} (C_1 X_1 + D)$$

-La matrice  $C_0$  est supposée **non singulière**.

-Le calcul du vecteur inconnu  $X_2$  est relativement simple (l'inverse de  $C_0$  facile à calculer puisque sa dimension dépend uniquement du nombre d'équations de condition).



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

RETOUR



## Calage du réseau

☞ **Caler le réseau** sur le système de référence: choisir une définition appropriée du **datum**.

Il existe 03 méthodes:

▪ Méthode n°1: **Contraintes classiques**

▪ Méthode n°2: **Contraintes (Lâches, Fortes)**

Elles posent le problème du choix des points d'appui et

la dépendance du réseau à ces points

✓ Elles doivent rester compatibles avec les observations

✓ **Contraintes lâches: calage sous-contraint** (système sous déterminé: suppression de moins de 04 degrés de liberté)

✓ **Contraintes fortes: calage sur-contraint** (système sur déterminé: suppression plus de 04 degrés de liberté)

Elle est utilisée pour un **ajustement en réseau libre**



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



## Ajustement en réseau Libre

$$A_{1(m,p-d)} \cdot X_{1(p-d)} + A_{2(m,d)} \cdot X_{2(d)} - L_{(m)} = V_{(m)}$$

• **Contraintes minimales:**

$$A_{(m,p)} \cdot G_{(p,d)} = 0$$

**d: défaut de rang (=4)**

• **Minimum de la trace de variance covariance:**

$$G_{(d,p)} \cdot X_{(p)} = 0$$

☞ **Solution:**

$$X_1 = (\bar{A}^T \cdot P \cdot \bar{A})^{-1} \cdot \bar{A}^T \cdot L$$

$$X_2 = G_1^T \cdot X_1$$

$$Q_{x,x} = \begin{pmatrix} Q_{x1,x1} & Q_{x1,x2} \cdot G_1^T \\ G_1^T \cdot Q_{x1,x1} & G_1^T \cdot Q_{x1,x1} \cdot G_1^T \end{pmatrix}$$

Matrice des cofacteurs:



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

RETOUR



## (3) Analyse stochastique du réseau

(a) Analyse de la qualité des observations:

- **Test de Student** des grosses erreurs des observations ;
- **Test du Khi-2** de la valeur du facteur de variance à posteriori.

(b) Analyse de la qualité des paramètres estimés:

- **Précisions** des paramètres du réseau ;
- **Ellipses d'erreurs** et **test des résidus estimés**.



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

RETOUR



## (4) Fiabilité du réseau

La fiabilité d'un réseau représente la capacité du réseau de détecter et de résister contre les **erreurs marginales (biais)** dans les observations.

⇒ Avoir un **réseau optimal**, en terme de fiabilité, dont on veut minimiser la magnitude des **erreurs non détectables** dans les observations et par conséquent, minimiser les **effets de ces erreurs** sur les paramètres estimés.

• **Éléments de la fiabilité:**

- **Redondance:**  $R = I - A(A^T P A)^{-1} A^T P$

- **Fiabilité Interne:**  $V_k = \sigma_{V_0} \cdot \frac{\delta_0}{\sqrt{r_k}}$

- **Fiabilité Externe:**  $V_x = (A^T P A)^{-1} A^T P V_k$



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

RETOUR



### (5) Robustesse du réseau

- Elle est basée sur le concept du **tenseur de déformation**.
- Le tenseur de déformation définit le gradient du champ des déplacements:
 
$$E = \nabla(U) = \frac{\partial U(x,y)}{\partial X} = \begin{pmatrix} e_{ux} & e_{uy} \\ e_{vx} & e_{vy} \end{pmatrix}$$
- Les **primitives de la déformation** → Interprétation facile du tenseur de déformation:
  - Dilatation:**  $\lambda = \frac{1}{2}(e_{ux} + e_{vy})$
  - Cisaillement total:**  $\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{(e_{ux} - e_{vy})^2 + (e_{uy} + e_{vx})^2}$
  - Rotation différentielle:**  $\omega = \frac{1}{2}(e_{uy} - e_{vx})$

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

### (5) Robustesse du réseau

- L'analyse de robustesse utilise la **fiabilité externe** du réseau comme étant un **champ de déplacement local**.
- Les **primitives de déformations (max.)** décrivent la **solidité du réseau en échelle, en configuration, et en orientation**.
- L'interprétation de ces résultats:
  - Déformabilité: (sensibilité du réseau aux incertitudes des obs.)**  
 $\lambda_{def} = \bar{\lambda} + 2,57\sigma_{\lambda}; \gamma_{def} = \bar{\gamma} + 2,57\sigma_{\gamma}; \omega_{def} = \bar{\omega} + 2,57\sigma_{\omega}$
  - Degré de signification:**  
 $\Sigma_{\lambda} = \frac{\lambda - \lambda_{def}}{\lambda_{def}}; \Sigma_{\gamma} = \frac{\gamma - \gamma_{def}}{\gamma_{def}}; \Sigma_{\omega} = \frac{\omega - \omega_{def}}{\omega_{def}}$

$\Sigma < 0$  Déformation non significative (Bruit de mesure)    
  $\Sigma > 0$  Déformation significative    
  $0 < \Sigma < 1$  Déformation de l'ordre de la déformabilité

**RETOUR**

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

### (6) Amélioration de la qualité du réseau

- Après l'ajustement du réseau, la matrice **variance covariance** des paramètres reste entachée d'**erreurs externes (effets non modélisables et/ou les réductions négligées...)**;
- Ces erreurs exercent une influence systématique sur les résultats;
- L'extraction de la **précision réelle** ou **interne** du réseau, se fait par une transformation de similitude appelée **S-Transformation**:

$$S = I - G(G^t \cdot G)^{-1} G^t$$

Matrice de contraintes  $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -y_i^0 & x_i^0 & \dots & -y_p^0 & x_p^0 \\ x_i^0 & y_i^0 & \dots & x_p^0 & y_p^0 \end{bmatrix}$

Translation en x  
 Translation en y  
 Rotation  
 Facteur d'échelle

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

### (6) Amélioration de la qualité du réseau

- Solution interne**

Les paramètres internes du réseau sont obtenues par une S-transformation des paramètres estimés:

$$X^i = S \cdot \hat{X}$$

- Précision Interne**

La matrice des précisions internes est obtenue, par la formule suivante:

$$C_{\hat{X}}^i = S \cdot C_{\hat{X}}^e \cdot S^t$$

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

## III. Tests effectués

Le réseau test comporte:

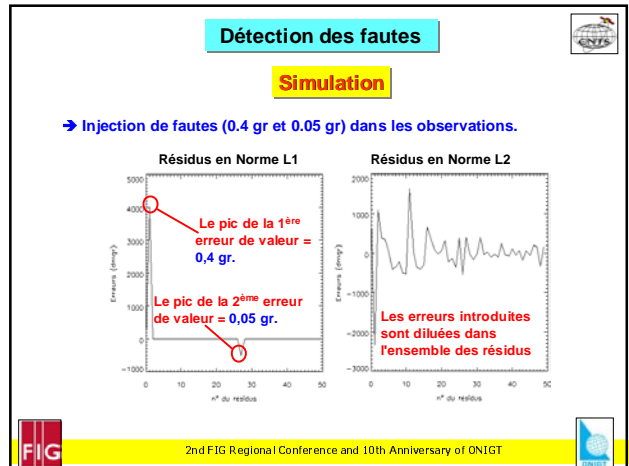
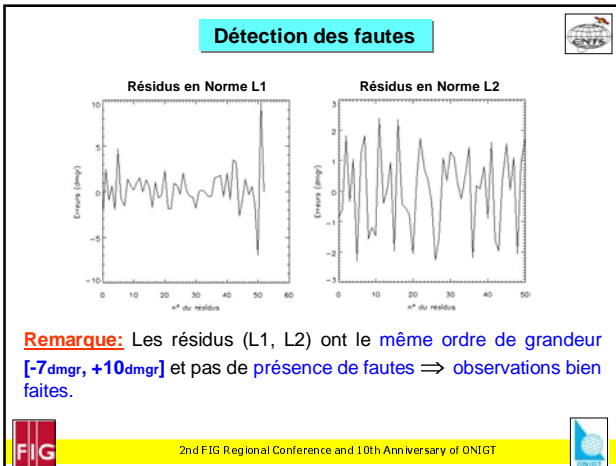
- **52 observations** (50 lectures horizontales, 01 distance amplifiée et 01 azimut de Laplace);
- **13 points** géodésiques du premier ordre (région Ouest du pays);
- Les précisions:  $\sigma(\text{angle}) = \pm 07 \text{ dmgr}$ ,  $\sigma(\text{azimut}) = \pm 3 \text{ dmgr}$  et  $\sigma(\text{distance}) = \pm(5\text{cm} + 10^{-5} \cdot D)$ ;
- Le référentiel géodésique utilisé pour la planimétrie est le système géodésique National dit **Nord Sahara 1959**;
- La projection cartographique: **UTM - Ellipsoïde Clarke 1880A**.

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

### Configuration du réseau géodésique 'test'

- 13 points géodésiques 1er ordre
- 140km x 100km
- 52 observations
- Taille matrice A=(52 x 39)=2028

2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



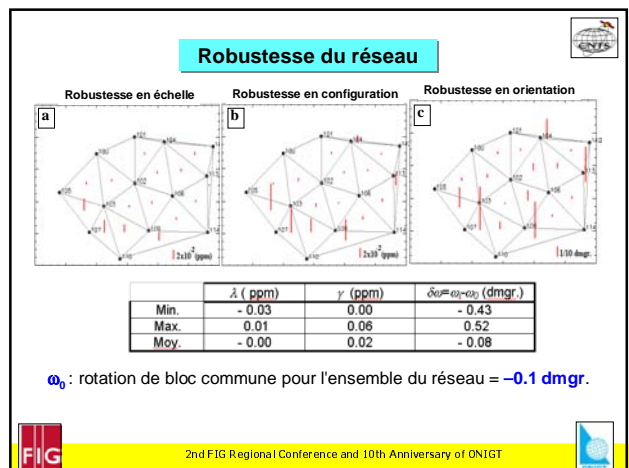
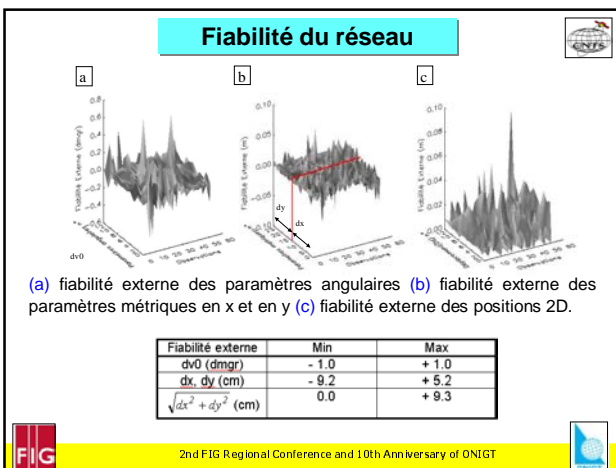
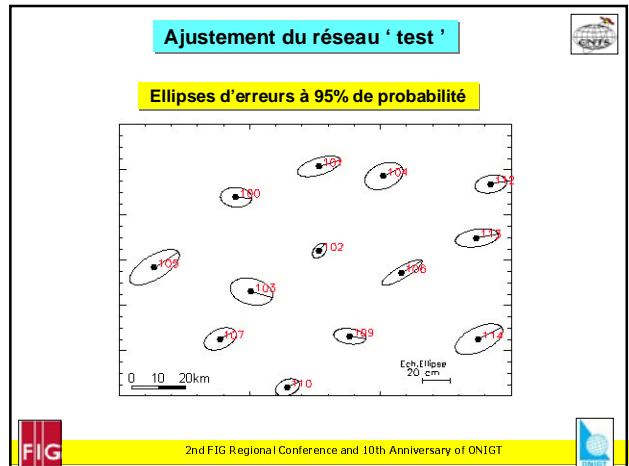
### Ajustement du réseau ' test '

Nombre des paramètres	Nombre de		Nombre des paramètres du Datum 'd'	Ecart type à posteriori $\sigma_0$	Ecart type à priori $\sigma_0$	Test du $\chi^2$ -2	Test de Student
	observation	condition					
39	51	01	04	10 dmgr	03 dmgr	positif	01 observation suspecte

#### Précisions des paramètres estimés

Paramètres	Précision	
	Min	Max
dV0 (dmgr)	± 1	± 2
dx (cm)	± 8.9	± 18.5
dy (cm)	± 5.3	± 17.6
Position 2D	± 11.0	± 23.3



## Application de la S-transformation sur le réseau

### Précisions des paramètres

Avant  $\bar{\sigma}_x = \pm 13.2$  cm,  $\bar{\sigma}_y = \pm 10.0$  cm.

Après  $\bar{\sigma}_x' = \pm 11.1$  cm,  $\bar{\sigma}_y' = \pm 10.3$  cm.

### Ellipses d'erreurs

	Avant la S-transformation		Après la S-transformation	
	a (cm)	b (cm)	a (cm)	b (cm)
Min	7.1	4.4	8.7	3.7
Max	22.0	11.0	16.9	9.3
Moy	14.6	7.8	13.5	7.3

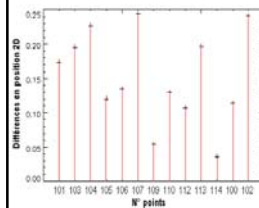
→ Amélioration en précision de l'ordre de 8% en X et de 6% en Y, soit 10% en planimétrie.



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

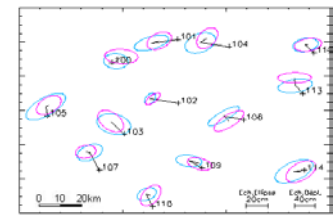


## Application de la S-transformation sur le réseau



Différences en Position 2D entre l'estimé et transformé

[+4cm, +25cm]



Comparaison entre les ellipses d'erreurs (Avant et après la S-transformation)

Avant la S-transformation  
Après la S-transformation



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



## IV. CONCLUSION

### Tests effectués :

- ✓ La **précision géodésique** est bien respectée pour l'ensemble des points, qui est de l'ordre de  $\pm 5$  cm à  $\pm 20$  cm;
- ✓ Les **erreurs marginales** (fiabilité interne)  $\approx \pm 5$  cm à  $\pm 10$  cm;
- ✓ Les **effets de ces erreurs** (fiabilité externe)  $\approx \pm 10$  cm;
- ✓ La **valeur du réseau** en terme de **robustesse en échelle**  $\approx \pm 0.1$  cm, en **configuration**  $\approx \pm 0.3$  cm et en **orientation**  $\approx \pm 4$  cm
- ✓ Une légère **amélioration en précision** de l'ordre de 8% en X et de 6% en Y, soit 10% en planimétrie.

Ces résultats reflètent la bonne qualité du réseau test et sa robustesse.



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



## Perspectives:

- Il est important de souligner que le jeu de données utilisé, dans nos traitements, est **restreint** et ne reflète pas la réalité d'un réseau géodésique national qui en général comporte **quelques milliers de points**.
- Il est recommandé d'intégrer un processus d'exécution des calculs **d'ajustement de grands blocs** et de tester cette méthodologie pour un réseau étendu (**cas de l'Algérie**), afin de confirmer sa puissance.
- Tester la robustesse du réseau en utilisant des **données GPS**.

...



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT



MERCI DE VOTRE ATTENTION !



2nd FIG Regional Conference and 10th Anniversary of ONIGT

Urban-Rural Interrelationship for Sustainable Environment  
Marrakech, Morocco, 2-5 December 2003

